

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, în care $a_1 = 3$ și $a_2 = 9$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 5$. Arătați că $f(3) + f(2) + f(0) = 0$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{9x - 5} = 2$.
- 5p** 4. După o ieftinire cu 30%, un obiect costă 56 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de ieftinire.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,1)$, $B(5,6)$ și $C(7,2)$. Arătați că $AB = AC$.
- 5p** 6. Arătați că $(\sin 30^\circ + 3\cos 60^\circ) \cdot (\sin 45^\circ)^2 = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} 2 & x \\ -1 & 2x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 5$.
- 5p** b) Arătați că $A + 3I_2 = 2B(1)$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(B(2x) - B(x) \cdot A) = x^2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - 8x - 8y + 8$.
- 5p** a) Arătați că $0 * 1 = 0$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $x * 2 = 2x$.
- 5p** c) Determinați perechile (m, n) de numere naturale, cu $m < n$, pentru care $(8 + m) * (8 + n) = 2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-4, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4x+7}{x+4}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{9}{(x+4)^2}$, $x \in (-4, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Determinați $a \in (-4, +\infty)$, știind că panta tangentei la graficul funcției f în punctul $A(a, f(a))$ este egală cu 1.
2. Se consideră funcția $f: (-3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \sqrt{x+3}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^2 (f(x) - \sqrt{x+3}) dx = 3$.
- 5p** b) Arătați că $\int_1^6 \frac{1}{f(x) - 2x} dx = 2$.
- 5p** c) Arătați că volumul corpului obținut prin rotația graficului funcției $g: [0, 6] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{x}{f(x) - 2x}$, în jurul axei Ox este egal cu $9\pi \ln 3$.